

Jak přesné je „přesné“ měření? – úkol č. 1

Úvod: K měření času se po dlouhou dobu používala doba kmitu kyvadla kyvadlových hodin. Ve své době byly kyvadlové hodiny ty nejpřesnější ze všech. Proto bylo nutné znát periodu kmitů co nejpřesněji. Zjistit tuto dobu bez moderního vybavení není jednoduchá věc. Přesto to fyzikové už v dávné minulosti uměli a stejnou metodou zjišťovali hodnoty i jiných fyzikálních veličin s velikou přesností. Dnes se k přesnému určení času používají atomové hodiny a přesné hodnoty fyzikálních veličin se dají zjistit drahými měřicími přístroji. Ne vždy se však najde další uplatnění pro tyto přístroje, a proto je vhodné porozumět metodě, kterou používají matematici a fyzici již stovky let.

Seznam pomůcek: laboratorní stojan s držákem byrety a naříznutou gumovou zátkou, pevný tenký provázek, nůžky, závaží 50 g s háčkem, svinovací metr, digitální stopky

Pracovní úkoly

Úkol č. 1: Sestavte matematické kyvadlo a změřte stopkami opakovaně (desetkrát) dobu jednoho kmitu T (periodu) matematického kyvadla.

Návod na sestavení matematického kyvadla:

Vezměte vysoký laboratorní stojan. Upevněte na něj co nejvýše svorku a do ní upevněte jednoduchý držák byrety. Do držáku uchytíte svisle naříznutou gumovou zátku. Do zářezu vložte pevnou nit dlouhou asi 80 cm. Na druhém konci nitě udělejte malé očko. Na očko pověste 50 g závaží s háčkem. Pomocí svinovacího metru změřte délku závěsu (od středu závaží – těžiště až k místu, kde provázek končí u zátky). Nastavte délku závěsu přibližně na 60 cm. Závaží vychylujte při opakovaných měřeních z rovnovážné polohy pokud možno o stejný úhel.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
T [s]										

Liší se jednotlivé naměřené hodnoty doby jednoho kmitu od sebe? O kolik procent asi?

Co všechno má vliv na změřenou dobu kmitu? Napište co nejvíce faktorů, které mohou měření ovlivnit.

Kterou hodnotu periody byste prohlásili za tu správnou? Proč?

Byla by tímto způsobem určená hodnota stejná i v případě dalších deseti měření?

Navrhněte způsob, jak byste určili skutečnou dobu kmitu matematického kyvadla co nejpřesněji. Zapište všechny metody, které vás napadly.

Jak přesné je „přesné“ měření? – úkol č. 2

Seznam pomůcek: laboratorní stojan s držákem byrety a naříznutou gumovou zátkou, pevná nit, nůžky, závaží 50 g s háčkem, svinovací metr, digitální stopky, počítač s tabulkovým procesorem

Pracovní úkoly

Úkol č. 2: Sestavte matematické kyvadlo (viz úkol č. 1) a změřte pomocí digitálních stopek postupně desetkrát dobu jednoho, dvou, pěti, deseti a dvaceti kmitů matematického kyvadla. Hodnoty zaznamenejte do tabulky nebo přímo do počítače s tabulkovým procesorem.

Č. měření	doba n kmitů				
	t_1 [s]	t_2 [s]	t_5 [s]	t_{10} [s]	t_{20} [s]
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					
10					

Když jste se rozhodovali v předchozím úkolu, jakou hodnotu periody z opakovaných měření zvolíte jako tu správnou, použili jste pravděpodobně (ať vědomě či nevědomě) aritmetický průměr.

Naměřená hodnota doby kmitu kyvadla podléhá celé řadě náhodných vlivů. Popisovali jste je v úkolu č. 1. Pokud předpokládáme, že tyto vlivy způsobují „stejně dobře“ jak kladné tak i záporné odchylky od skutečné periody kyvadla, můžeme tuto periodu (*střední hodnotu*) odhadnout právě aritmetickým průměrem z naměřených hodnot.

Pomocí počítače s tabulkovým procesorem vytvořte nejdříve druhou tabulku, kde získané časy různých počtů kmitů ($t_1, t_2 \dots$) přepočítáte na doby jednoho kmitu T . Dále pracujte s touto tabulkou.

Poté určete aritmetické průměry hodnot doby jednoho kmitu získaných z měření při různých počtech kmitů (v Excelu můžete využít funkci =PRŮMĚR()).

Zkuste nyní od všech hodnot doby jednoho kmitu v některém vybraném sloupci tabulky (které náleží měření se stejným počtem kmitů) odečíst již vypočítaný aritmetický průměr z tohoto sloupce. Získáte tzv. *odchylky od aritmetického průměru*. Jaká mají znaménka?

Zkuste nejdříve předpovědět, jaký je jejich součet. Výsledek pak ověřte výpočtem v tabulkovém procesoru (v Excelu můžete využít funkci =SUMA()).

To, jak daleko jsou „rozházené“ naměřené hodnoty od té střední, můžeme jedním číslem popsat veličinou zvanou *výběrový rozptyl*. Naleznete ji v tabulkovém procesoru (v Excelu =VAR.VÝBĚR()) a použijte ji na doby jednoho kmitu matematického kyvadla pro každý sloupec tabulky zvlášť. Nebo můžete použít odchylky od průměru a vypočítat rozptyl podle následujícího vztahu. (Závorky v čitateli bez druhé mocniny jsou právě odchylky od průměru.)

$$D = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}$$

Častěji než výběrový rozptyl se pro popis „rozházenosti“ naměřených hodnot používá *výběrová směrodatná odchylka* (v Excelu =SMODCH.VÝBĚR()). Použijte ji opět na doby jednoho kmitu matematického kyvadla pro každý sloupec tabulky zvlášť. Můžete ji také určit podle vztahu:

$$s = \sqrt{D} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$$

Porovnejte nyní získané výběrové rozptyly (směrodatné odchylky) hodnot doby jednoho kmitu kyvadla, které jste získali z měření při různých počtech kmitů a popište, jak závisí na měřeném počtu kmitů: